

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală - 9 februarie 2024

Clasa a VII-a Enunțuri

1.
 - a) Calculați media geometrică a numerelor $a = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{50}$ și $b = \sqrt{162} + \sqrt{8} - \sqrt{128}$.
 - b) Determinați $x \in \mathbb{N}$, astfel ca $\sqrt{20 - \sqrt{21 - \sqrt{22 + \sqrt{x}}}} = 4$.
2. Fie numerele strict pozitive a, b, c , astfel încât $\frac{2a+3b}{3a+2b} = \frac{18}{17}$ și $\frac{b+2c}{2b+c} = \frac{14}{13}$.
 - a) Arătați că pătratul unui număr dintre a, b, c este egal cu suma pătratelor celorlalte două.
 - b) Determinați toate numerele naturale n , cu proprietatea că $a^n + b^n = c^n$.
3. În paralelogramul $ABCD$ se consideră punctele M, N pe latura (CD) astfel ca $CM = MN = ND$. Demonstrați că $AM \perp BN$ dacă și numai dacă $2 \cdot AB = 3 \cdot BC$.

(Gazeta Matematică Nr. 10 / 2023)
4. Se consideră triunghiul ABC în care avem că $BC = 2 \cdot AB$.
 - a) Dacă $\hat{A} = 90^\circ$ demonstrați că $\hat{B} = 2 \cdot \hat{C}$.
 - b) Dacă $\hat{B} = 2 \cdot \hat{C}$ demonstrați că $\hat{A} = 90^\circ$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
 - Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
 - Nu se acordă puncte din oficiu;
 - Punctajul minim de calificare la etapa județeană este de 14 puncte;
 - Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.
-